

## Caractérisation du rectangle : côtés, angles, longueur, largeur, axes de symétrie

### ↳ PLACE DE L'ÉPISODE DANS LA SÉRIE

Épisode 2 d'une série de 4 épisodes.

Épisode précédent : Reconnaître un rectangle parmi des quadrilatères (grâce à ses angles droits)

Épisode suivant : Les propriétés du rectangle (côtés parallèles, diagonales)

### ↳ PLACE DE L'APPRENTISSAGE DANS LES PROGRAMMES

**Cycle 2.** Les élèves ont appris à reconnaître de façon perceptive le rectangle. En CE1, ils apprennent que le rectangle est défini comme ayant 4 angles droits. D'autres relations et propriétés géométriques doivent être également perçues et reconnues : égalité de longueur, axe de symétrie. Or une forme est déterminée par deux grandeurs : les angles et les longueurs. Dans le rectangle, les longueurs peuvent varier mais les côtés opposés ont toujours la même grandeur. L'animation donne une explication en utilisant les axes de symétrie. Ces propriétés seront réinvesties en CE2 pour vérifier la nature du rectangle de façon instrumentée, le construire en connaissant ses dimensions. En CM1, il s'agira de réinvestir ces connaissances pour décrire une figure complexe afin de pouvoir la reproduire.

### ↳ POINTS DE BLOCAGE

- La longueur des côtés est une propriété du rectangle mais elle ne suffit pas à le caractériser (contre-exemple : le parallélogramme).
- Les élèves peuvent ne pas comprendre que l'on peut comparer des longueurs par simple pliage, sans les mesurer.

### ↳ OBJECTIFS VISÉS PAR LE FILM D'ANIMATION

- Sachant qu'un quadrilatère a 4 angles droits, on peut en déduire d'autres propriétés.
- Le rectangle est caractérisé par une longueur et une largeur.
- Ses côtés opposés sont de même longueur.
- Le pliage permet de vérifier ces propriétés. En particulier, le rectangle a 2 axes de symétries.

### ↳ MOTS-CLÉS

Rectangle, côtés opposés, longueur, largeur, angle droit.

### ↳ ÉLÉMENTS STRUCTURANTS

Dès le départ, on se place dans le cas d'un quadrilatère avec 4 angles droits, excluant le carré. On s'intéresse aux longueurs. Le pliage, instrument privilégié, permet la comparaison des longueurs sans mesure. On constate d'abord qu'il y a des côtés plus longs que d'autres. Les axes de symétrie servent à constater que les deux petits côtés sont de la même longueur et les deux grands aussi.

Séquençage et descriptif de l'animation	Analyse des étapes de l'animation	Propositions de pistes d'activités
<p>L'animation pose le cadre de l'étude : il s'agit de s'intéresser à une famille de quadrilatères particuliers, les rectangles. Elle rappelle la caractérisation du rectangle comme quadrilatère (4 côtés) avec 4 angles droits.</p>	<p>Plusieurs définitions justes sont possibles. L'animation privilégie celle des 4 angles droits, en accord avec les programmes. Elle présente l'intérêt de correspondre aux éléments perceptifs les plus prégnants, vérifiables directement sur la figure avec un seul instrument.</p> <p>Le codage de la figure permet de synthétiser l'information pour en faciliter la mémorisation.</p> <p>Le trapèze est donné comme un contre-exemple qui permet de souligner le nombre d'angles droits nécessaires pour qu'un quadrilatère soit un rectangle. De façon plus générale, les contre-exemples sont importants à traiter. C'est le premier type de preuve mathématique que les élèves devront maîtriser plus tard dans leur scolarité. Ils aident aussi à élaborer les définitions en soulignant les particularités d'une figure.</p>	<p>Avant de lancer l'animation, l'enseignant demande ce qu'est un rectangle. C'est un temps d'évaluation diagnostique qui aidera à l'étayage et à la régulation.</p> <p>On peut envisager trois types de propositions :</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• des descriptions perceptives des élèves – « il a des coins », « il est tout droit quand on le tourne » ;</li> <li>• des conditions nécessaires mais pas suffisantes – « il a les côtés en face pareil », « il a des coins » ;</li> <li>• la définition par les angles droits.</li> </ul> <p>Les premières viennent des élèves qui n'ont pas saisi la notion de « figure géométrique ». Un travail spécifique est alors nécessaire, reprenant l'approche du CP : on peut reprendre l'épisode 1 en insistant sur le passage où le rectangle est « penché » et où il est nécessaire de vérifier avec un gabarit d'angle droit.</p> <p>Pour le second point, un contre-exemple mettra en défaut des propriétés comme la caractérisation par les longueurs des côtés. On peut s'appuyer sur un parallélogramme découpé, des baguettes articulées ou une figure à l'aide d'un logiciel de géométrie. Ils donnent diverses représentations.</p> <p>Après cette première situation, on peut lancer l'animation jusqu'à la réflexion : « Il a quelque chose de spécial, quelque chose qui m'attire. »</p>

# PHASE DE MANIPULATION

Séquençage et descriptif de l'animation	Analyse des étapes de l'animation	Propositions de pistes d'activités
<p>Le pinceau demande : « Qu'est ce qui fait qu'un rectangle est un quadrilatère particulier? », en même temps qu'il fait apparaître les 4 côtés.</p>	<p>En faisant apparaître les 4 côtés du rectangle, on fait porter le regard sur leurs propriétés. Les angles ne sont plus ce que l'on observe.</p> <p>Dans l'animation, on utilise une expression complexe : « quadrilatère particulier ». Il faut être vigilant à sa bonne compréhension.</p>	<p>Elle peut s'organiser en 4 temps :</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• reformulation de la question par les élèves ;</li> <li>• en binôme, rédiger des phrases donnant les particularités du rectangle. Elles seront proposées pour vérification par un autre binôme ;</li> <li>• donner à chaque binôme des rectangles de formes et de positions variées pour qu'ils testent leur(s) proposition(s). Reprendre éventuellement les propositions. Les messages sont retournés à leurs émetteurs pour être retravaillés afin de participer au bilan ;</li> <li>• bilan des différentes propositions.</li> </ul>

Séquençage et descriptif de l'animation	Analyse des étapes de l'animation	Propositions de pistes d'activités
		<p><b>Le premier temps</b> permet de vérifier que les élèves ont bien compris la tâche qui leur est demandée. En particulier, deux mots sont complexes : quadrilatère et particulier. Le mot « quadrilatère » a été utilisé dans la première phase mais les élèves n'ont peut-être pas perçu sa signification. Ce sera l'occasion d'explicitier sa définition : figure à 4 côtés. Le mot « particulier » reste complexe. Pour aider les élèves à comprendre, on peut leur présenter les différents rectangles du document ci-dessous, sur lesquels ils devront ensuite vérifier ces caractéristiques. Mais avant de s'engager dans des explications complexes, il vaut mieux les laisser s'exprimer et entrer dans les détails si le besoin s'en fait sentir.</p> <p>En étant <b>en binôme</b>, les élèves font une première mise en mots. Ils peuvent s'aider de manipulations ou de la figure. Mais la rédaction d'une phrase pour chacune des caractéristiques est à destination d'un autre binôme, qui n'aura pas la même figure pour vérifier. Elle ne doit pas faire référence au dessin. C'est la structure grammaticale qui soulignera la relation entre les côtés et leurs caractéristiques.</p> <p>Chaque binôme vérifie ensuite sur 4 rectangles différents en positions différentes également les propositions d'un binôme.</p> <p>L'enseignant aura circulé auprès des groupes pour repérer les différentes propositions et choisir celles qui figureront dans le bilan. Dans le cas où seule la propriété sur les longueurs de côtés opposés émerge, il peut passer directement à la phase de structuration. Si d'autres propriétés émergent, il peut, s'il le souhaite, les garder pour présenter l'épisode suivant. Dans le cas où les 4 angles droits sont à nouveau donnés, il faudra être plus directif et expliquer que c'est ce que l'on sait déjà, comme l'indiquait le codage, on cherche d'autres caractéristiques.</p>

## PHASE DE STRUCTURATION

Séquençage et descriptif de l'animation	Analyse des étapes de l'animation	Propositions de pistes d'activités
<p>La phase de structuration commence par la présentation du premier pliage, qui détermine qu'il y a plusieurs longueurs en jeu. Puis le second pliage justifiera l'égalité de longueur des côtés opposés. Il introduit le vocabulaire de longueur et largeur.</p>	<p>Cette séquence donne une technique pour vérifier la caractérisation trouvée par les élèves à la phase précédente. Elle prend à sa charge sa preuve. Il ne s'agit pas d'une démonstration à proprement parler mais plus d'une vérification expérimentale. Attention toutefois : dans son explication, le cas du carré est exclu, or il fait bel et bien partie des rectangles. Il pose le problème des notions de longueur et largeur qui font référence à la longueur des côtés. Cette technique est pratique pour mettre le doigt sur la spécificité du rectangle, mais elle n'aura mathématiquement plus de sens ensuite. Dans la phrase de conclusion, il est fait référence à deux côtés de même mesure, or l'explication s'est appuyée sur les longueurs sans les mesurer. L'animation souligne cette distinction qui montre une technique qui n'utilise pas de règle pour vérifier l'égalité de longueur. La formulation est complexe : elle s'appuie sur des expressions mathématiques avec l'utilisation de l'expression « côté opposé » qui sous-entend qu'il y a deux relations entre les longueurs et entre les largeurs. Malgré tout, après sa compréhension, sa mémorisation est un moyen de synthétiser ces informations. En l'associant à un visuel plus ludique, certains élèves vont s'attacher plus à la forme qu'aux éléments géométriques. L'explicitation de ce qu'ils ont retenu de ce passage est donc importante pour le mettre en relation avec la phase précédente.</p>	<p>En termes de transition, l'enseignant pourra expliquer que Fidelio a un moyen pour vérifier cette propriété. Il lance alors l'animation. Il la coupe lorsque la voix off formule la propriété : « Un rectangle a ses côtés opposés de même mesure. » On demande alors aux élèves ce qu'ils ont retenu de ce passage. Voici des exemples de points qu'ils peuvent avoir remarqués :</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• le pliage ;</li> <li>• le vocabulaire « longueur » et « largeur » ;</li> <li>• un rectangle n'a que deux longueurs (mesures) de côtés différentes ;</li> <li>• la formulation mathématique de la propriété – « un rectangle a ses côtés opposés de même longueur ».</li> </ul> <p>Les deux premiers points sont sans doute familiers à certains élèves. Le troisième est moins facile à expliciter. C'est plus dans les activités de réinvestissement ou de recherche que cette remarque sera faite. C'est une première rencontre qui sera reprise lorsqu'il s'agira de calculer les aires. Le dernier point est complexe et ne sera sûrement pas formulé ainsi. Le terme « côté opposé » sous-entend « deux à deux ». Un travail d'explication et de reformulation permettra d'obtenir une trace écrite propre à la classe, et sans doute plus adaptée au niveau.</p>



## » PHASE DE STRUCTURATION

Séquençage et descriptif de l'animation	Analyse des étapes de l'animation	Propositions de pistes d'activités
Un deuxième temps présente les axes de symétrie qui ont été obtenus pour justifier l'égalité des longueurs.	<p>Cette animation explique pourquoi les deux axes rouges sont bien des axes de symétrie. Elle le caractérise par la superposition, mais sans entrer dans les détails.</p> <p>Les axes de symétrie ne sont ici qu'un outil. Un travail plus spécifique sera fait en cycle 3 pour permettre d'être plus précis dans leur caractérisation et de les faire construire.</p>	<p>Pour faire la transition, l'enseignant peut faire reprendre le pliage aux élèves à partir d'un rectangle. La consigne est alors de vérifier en pliant que les côtés opposés se superposent bien. Ils marquent ensuite le pli pour observer que les deux parties du rectangle se superposent exactement dans les deux cas et mieux comprendre ce qu'est un axe de symétrie, comblant une lacune de l'animation.</p> <p>L'enseignant lance ensuite la fin de l'animation et le rectangle utilisé pourra être intégré à la trace de la séance.</p>

## PHASE DE RÉINVESTISSEMENT/PROLONGEMENT

1. Trouver les axes de symétrie de figures « complexes » comprenant un rectangle. Les figures sont à photocopier sur papier-calque.
2. Même travail avec des figures composées exclusivement de rectangles emboîtés. Certains rectangles s'emboîtent les uns dans les autres en suivant la diagonale du plus grand.